令和２年度　１学期期末考査対策プリント　数学A　　　３年（　　）科（　　）番　氏名（　　　　）

1 (1) 24 の約数をすべて求めよ。
(2) 15 の正の倍数を小さいものから６個求めよ。

解答 (1) ±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±8, ±12, ±24
(2) 15, 30, 45, 60, 75, 90

解説
(1) ±1, ±2, ±3, ±4, ±6, ±8, ±12, ±24
(2) 15, 30, 45, 60, 75, 90

2 一の位の数がわからない５桁の自然数 4183□ が，５の倍数であり，３の倍数でもあるとき，一の位の数を求めよ。

解答 5

解説
□に入る数を a $(0 \leqq a \leqq 9)$ とする。
4183□ が５の倍数であるから　$a=0,\ 5$
各位の数の和は　$4+1+8+3+a=16+a$
これが３の倍数であるとき，4183□ は３の倍数になる。
$16+a$ が３の倍数になるのは，$a=5$ のときである。
よって，求める数は　5

3 次の数を素因数分解せよ。
(1) 56　　(2) 675
(3) 264　　(4) 540
(5) 855　　(6) 3276

解答 (1) $2^3 \cdot 7$　(2) $3^3 \cdot 5^2$　(3) $2^3 \cdot 3 \cdot 11$　(4) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$　(5) $3^2 \cdot 5 \cdot 19$
(6) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$

解説
(1) $56=2^3 \cdot 7$
2) 56
2) 28
2) 14
　　7

(2) $675=3^3 \cdot 5^2$
3) 675
3) 225
3) 75
5) 25
　　5

(3) $264=2^3 \cdot 3 \cdot 11$
2) 264
2) 132
2) 66
3) 33
　　11

(4) $540=2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$
2) 540
2) 270
3) 135
3) 45
3) 15
　　5

(5) $855=3^2 \cdot 5 \cdot 19$
3) 855
3) 285
5) 95
　　19

(6) $3276=2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$
2) 3276
2) 1638
3) 819
3) 273
7) 91
　　13

4 次の数の正の約数をすべて求めよ。
(1) 72　　(2) 441　　(3) 300

解答 (1) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
(2) 1, 3, 7, 9, 21, 49, 63, 147, 441
(3) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300

解説
(1) 72 を素因数分解すると　$72=2^3 \cdot 3^2$
72 は，素因数２を３個，素因数３を２個もつ数である。
よって，72 の正の約数は，素因数２を３個以下，素因数３を２個以下もつ数で，次のようになる。
$2^0 \cdot 3^0=1$,　$2^0 \cdot 3^1=3$,　$2^0 \cdot 3^2=9$,
$2^1 \cdot 3^0=2$,　$2^1 \cdot 3^1=6$,　$2^1 \cdot 3^2=18$,
$2^2 \cdot 3^0=4$,　$2^2 \cdot 3^1=12$,　$2^2 \cdot 3^2=36$,
$2^3 \cdot 3^0=8$,　$2^3 \cdot 3^1=24$,　$2^3 \cdot 3^2=72$
よって，72 の正の約数は　1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
(2) 441 を素因数分解すると　$441=3^2 \cdot 7^2$
441 は，素因数３を２個，素因数７を２個もつ数である。
よって，441 の正の約数は，素因数３を２個以下，素因数７を２個以下もつ数で，次のようになる。
$3^0 \cdot 7^0=1$,　$3^0 \cdot 7^1=7$,　$3^0 \cdot 7^2=49$,
$3^1 \cdot 7^0=3$,　$3^1 \cdot 7^1=21$,　$3^1 \cdot 7^2=147$,
$3^2 \cdot 7^0=9$,　$3^2 \cdot 7^1=63$,　$3^2 \cdot 7^2=441$
よって，441 の正の約数は　1, 3, 7, 9, 21, 49, 63, 147, 441
(3) 300 を素因数分解すると　$300=2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
300 は，素因数２を２個，素因数３を１個，素因数５を２個もつ数である。
よって，300 の正の約数は，素因数２を２個以下，素因数３を１個以下，素因数５を２個以下もつ数で，次のようになる。
$2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^0=1$,　$2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^1=5$,　$2^0 \cdot 3^0 \cdot 5^2=25$,
$2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^0=3$,　$2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^1=15$,　$2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^2=75$,
$2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^0=2$,　$2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^1=10$,　$2^1 \cdot 3^0 \cdot 5^2=50$,
$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^0=6$,　$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1=30$,　$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2=150$,
$2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^0=4$,　$2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^1=20$,　$2^2 \cdot 3^0 \cdot 5^2=100$,
$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^0=12$,　$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1=60$,　$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2=300$
よって，300 の正の約数は
1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300

5 次の数の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。
(1) 24, 42　　(2) 65, 78
(3) 36, 234　　(4) 300, 450
(5) 140, 525　　(6) 594, 792

解答 最大公約数，最小公倍数の順に
(1) 6, 168　(2) 13, 390　(3) 18, 468　(4) 150, 900　(5) 35, 2100
(6) 198, 2376

解説
(1) $24=2^3 \cdot 3$
$42=2 \cdot 3 \cdot 7$
よって，最大公約数は　$2 \cdot 3=6$
最小公倍数は　$2^3 \cdot 3 \cdot 7=168$
(2) $65=5 \cdot 13$
$78=2 \cdot 3 \cdot 13$
よって，最大公約数は　13
最小公倍数は　$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13=390$
(3) $36=2^2 \cdot 3^2$
$234=2 \cdot 3^2 \cdot 13$
よって，最大公約数は　$2 \cdot 3^2=18$
最小公倍数は　$2^2 \cdot 3^2 \cdot 13=468$
(4) $300=2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
$450=2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
よって，最大公約数は　$2 \cdot 3 \cdot 5^2=150$
最小公倍数は　$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2=900$
(5) $140=2^2 \cdot 5 \cdot 7$
$525=3 \cdot 5^2 \cdot 7$
よって，最大公約数は　$5 \cdot 7=35$
最小公倍数は　$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7=2100$

(6) $594=2\cdot3^3\cdot11$

$792=2^3\cdot3^2\cdot11$

よって，最大公約数は　$2\cdot3^2\cdot11=198$

最小公倍数は　$2^3\cdot3^3\cdot11=2376$

[6] 次の 2 つの整数が互いに素であるかどうかを答えよ。

(1) 9 と 21　　(2) 24 と 35

(3) 52 と 65　　(4) 72 と 91

解答 (1) 互いに素でない　(2) 互いに素である　(3) 互いに素でない
(4) 互いに素である

解説

(1) $9=3^2$，$21=3\cdot7$ であるから，9 と 21 の最大公約数は 3 である。
よって，9 と 21 は互いに素でない。

(2) $24=2^3\cdot3$，$35=5\cdot7$ であるから，24 と 35 の最大公約数は 1 である。
よって，24 と 35 は互いに素である。

(3) $52=2^2\cdot13$，$65=5\cdot13$ であるから，52 と 65 の最大公約数は 13 である。
よって，52 と 65 は互いに素でない。

(4) $72=2^3\cdot3^2$，$91=7\cdot13$ であるから，72 と 91 の最大公約数は 1 である。
よって，72 と 91 は互いに素である。

[7] 次の a，b について，a を b で割ったときの商と余りを求めよ。

(1) $a=17$，$b=3$　　(2) $a=62$，$b=8$

(3) $a=-24$，$b=5$　　(4) $a=-85$，$b=4$

解答 (1) 商は 5，余りは 2　(2) 商は 7，余りは 6　(3) 商は -5，余りは 1
(4) 商は -22，余りは 3

解説

(1) $17=3\cdot5+2$ であるから
17 を 3 で割ったときの商は 5，余りは 2

(2) $62=8\cdot7+6$ であるから
62 を 8 で割ったときの商は 7，余りは 6

(3) $-24=5\cdot(-5)+1$ であるから
-24 を 5 で割ったときの商は -5，余りは 1

(4) $-85=4\cdot(-22)+3$ であるから
-85 を 4 で割ったときの商は -22，余りは 3

[8] 次の 2 つの整数の最大公約数を，互除法を用いて求めよ。

(1) 408, 119　　(2) 322, 155

(3) 651, 504　　(4) 779, 391

(5) 826, 649　　(6) 1207, 994

解答 (1) 17　(2) 1　(3) 21　(4) 1　(5) 59　(6) 71

解説

(1) $408=119\cdot3+51$

$119=51\cdot2+17$

$51=17\cdot3+0$

よって，最大公約数は　17

(2) $322=155\cdot2+12$

$155=12\cdot12+11$

$12=11\cdot1+1$

$11=1\cdot11+0$

よって，最大公約数は　1

(3) $651=504\cdot1+147$

$504=147\cdot3+63$

$147=63\cdot2+21$

$63=21\cdot3+0$

よって，最大公約数は　21

(4) $779=391\cdot1+388$

$391=388\cdot1+3$

$388=3\cdot129+1$

$3=1\cdot3+0$

よって，最大公約数は　1

(5) $826=649\cdot1+177$

$649=177\cdot3+118$

$177=118\cdot1+59$

$118=59\cdot2+0$

よって，最大公約数は　59

(6) $1207=994\cdot1+213$

$994=213\cdot4+142$

$213=142\cdot1+71$

$142=71\cdot2+0$

よって，最大公約数は　71

[9] 次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $11x+8y=1$　　(2) $56x-23y=2$

解答 k は整数とする。

(1) $x=8k+3$，$y=-11k-4$　(または $x=8k-5$，$y=-11k+7$)

(2) $x=23k+14$，$y=56k+34$

解説

(1) $11x+8y=1$ ……①

$x=3$，$y=-4$ は ① の整数解の 1 つである。

よって　$11\cdot3+8\cdot(-4)=1$ ……②

①−② から　$11(x-3)+8(y+4)=0$

すなわち　$11(x-3)=-8(y+4)$ ……③

11 と 8 は互いに素であるから，$x-3$ は 8 の倍数である。

よって，k を整数として，$x-3=8k$ と表される。

これと ③ から　$y+4=-11k$

したがって，求める整数解は　$x=8k+3$，$y=-11k-4$　(k は整数)

別解 ① の整数解の 1 つとして，$x=-5$，$y=7$ を用いてもよい。

この場合，整数解は　$x=8k-5$，$y=-11k+7$　(k は整数)　と表される。

(2) $56x-23y=2$ ……①

① の右辺を 1 とした方程式 $56x-23y=1$ について，$x=7$，$y=17$ はその整数解の 1 つである。

よって　$56\cdot7-23\cdot17=1$

両辺に 2 を掛けて　$56\cdot14-23\cdot34=2$ ……②

①−② から　$56(x-14)-23(y-34)=0$

すなわち　$56(x-14)=23(y-34)$ ……③

56 と 23 は互いに素であるから，$x-14$ は 23 の倍数である。

よって，k を整数として，$x-14=23k$ と表される。

これと ③ から　$y-34=56k$

したがって，求める整数解は　$x=23k+14$，$y=56k+34$　(k は整数)

参考 56 と 23 に互除法の計算を行うと，次のようになる。

$56=23\cdot2+10$　移項すると　$10=56-23\cdot2$

$23=10\cdot2+3$　移項すると　$3=23-10\cdot2$

$10=3\cdot3+1$　移項すると　$1=10-3\cdot3$

よって　$1=10-3\cdot3=10-(23-10\cdot2)\cdot3$

$=10\cdot7+23\cdot(-3)=(56-23\cdot2)\cdot7+23\cdot(-3)$

$=56\cdot7+23\cdot(-17)=56\cdot7-23\cdot17$